Operacje arytmetyczne na liczbach binarnych- mnożenie i dzielenie

KLASA 1
TEMAT: NR 15

Mnożenie binarne

2

Naukę mnożenia binarnego rozpoczynamy od tabliczki mnożenia.

0 * 0 =	**0**
0 * 1 =	**0**
1 * 0 =	**0**
1 * 1 =	**1**

Tabliczka mnożenia binarnego (podobnie jak w systemie dziesiętnym) posłuży do tworzenia iloczynów cząstkowych cyfr mnożnej przez cyfry mnożnika. Iloczyny te następnie dodajemy według opisanych zasad i otrzymujemy wynik mnożenia.

Mnożenie dwójkowe

3

Przykład: Mnożenie liczb binarnych $(1101)_2$ przez $(1011)_2$.

Obie liczby umieszczamy jedna pod drugą tak. aby ich cyfry znalazły się w kolumnach o tych samych wagach.

$$\begin{array}{rl} 1\ 1\ 0\ 1 & \text{mnożna} \\ \times\ 1\ 0\ 1\ 1 & \text{mnożnik} \\ \hline \end{array}$$

Każdą cyfrę mnożnej, podobnie jak w systemie dziesiętnym, mnożymy przez poszczególne cyfry mnożnika, zapisując wartości iloczynów cząstkowych w odpowiednich kolumnach (początek wyniku mnożenia w kolumnie danego mnożnika). Wynik mnożenia cyfry przez cyfrę jest zawsze jednocyfrowy:

Mnożenie dwójkowe

4

$$\begin{array}{rrrrrrrr} & & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \times & & & & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ & & & 1 & 1 & 0 & 1 & \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ & 1 & 1 & 0 & 1 & & & \end{array}$$

Zauważmy, iż wynikiem mnożenia cyfry mnożnej przez cyfrę mnożnika jest powtórzenie mnożnej z wyżej podanym przesunięciem (cyfra mnożnika 1) lub same zera (cyfra mnożnika 0). Spostrzeżenie to bardzo ułatwia konstrukcję układów mnożących. Puste kolumny uzupełniamy zerami i dodajemy do siebie wszystkie cyfry w kolumnach. Uważajmy na przeniesienia podczas dodawania.

Mnożenie dwójkowe

5

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \times & & & & & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ + & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Sprawdzamy, czy otrzymany wynik jest poprawny.

$(1101)_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = (13)_{10}$,

$(1011)_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = (11)_{10}$,

$(10001111)_2 = (143)_{10}$,

$13 \cdot 11 = 143$

Mnożenie dwójkowe - przykłady

6

a) 5* 7=35

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times\ 111 \\ \hline 101 \\ 101\ \ \\ +\ 101\ \ \ \ \\ \hline 100011 \end{array}$$

b) 11*6 = 66

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times\ 110 \\ \hline 0000 \\ 1011\ \ \\ +\ 1011\ \ \ \ \\ \hline 1000010 \end{array}$$

c) 7*7=49

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times\ 111 \\ \hline 111 \\ 111\ \ \\ +\ 111\ \ \ \ \\ \hline 110001 \end{array}$$

Dzielenie dwójkowe

7

Dzielenie binarne jest najbardziej skomplikowaną operacją arytmetyczną z dotychczas opisywanych. Będziemy używać algorytmu, który polega na cyklicznym odejmowaniu odpowiednio przesuniętego dzielnika od dzielnej. W systemie dwójkowym jest to szczególnie proste, ponieważ dzielnika nie musimy mnożyć.

Przykład

Dzielenie liczby binarnej $(1101)_2$ przez $(10)_2$ (czyli $(13)_{10} : (2)_{10}$).

Przesuwamy w lewo dzielnik, aż zrówna się jego niezerowy bit z niezerowym bitem na początku dzielnej. Nad dzielną rysujemy kreseczkę:

1101	dzielna
10	dzielnik przesunięty

Dzielenie dwójkowe

8

Porównujemy dzielną z dzielnikiem. Jeśli dzielna jest większa lub równa dzielnikowi, to odejmujemy od niej dzielnik. Nad kreską na pozycji ostatniej cyfry dzielnika piszemy 1. Jeśli dzielna jest mniejsza od dzielnika, to nie wykonujemy odejmowania, lecz przesuwamy dzielnik o 1 pozycję w prawo i powtarzamy opisane operacje. Jeśli w ogóle dzielnika nie da się odjąć od dzielnej (np. przy dzieleniu 7 przez 9), to wynik dzielenia wynosi 0, a dzielna ma w takim przypadku wartość reszty z dzielenia. W naszym przykładzie odejmowanie to jest możliwe, zatem:

1	pierwsza cyfra wyniku dzielenia
1 1 0 1	dzielna
– 1 0	dzielnik przesunięty
0 1 0 1	wynik odejmowania dzielnika od dzielnej

Dzielnik przesuwamy o jeden bit w prawo i próbujemy tego samego z otrzymaną różnicą. Jeśli odejmowanie jest możliwe, to nad kreską w następnej kolumnie dopisujemy I, odejmujemy dzielnik od różnicy, przesuwamy go o 1 bit w prawo i kontynuujemy. Jeśli odejmowanie nie jest możliwe, to dopisujemy nad kreską 0 i przesuwamy dzielnik o 1 bit w prawo.

Dzielenie dwójkowe

9

Te działania kontynuujemy, aż ostatni bit dzielnika zrówna się z ostatnim bitem dzielnej.

1 1 0	wynik dzielenia
1 1 0 1	dzielna
– 1 0	dzielnik przesunięty, nad kreską 1
0 1 0 1	dzielna po pierwszym odejmowaniu przesuniętego dzielnika
– 1 0	dzielnik przesunięty, nad kreską 1
0 0 0 1	dzielna po drugim odejmowaniu przesuniętego dzielnika
– 1 0	odejmowanie dzielnika niemożliwe, nad kreską 0
0 0 0 1	reszta z dzielenia

Końcowa dzielna jest resztą z dzielenia. W przykładzie otrzymaliśmy wynik dzielenia $(110)_2$ i resztę $(1)_2$, czyli $(6)_{(10)}$ i reszta $(l)_{(10)}$. Jest to wynik poprawny, gdyż 13 : 2 = 6 i reszta 1.

Zadanie

10

Zadanie 1. Wykonaj działania

a) 1001*111
b) 1110*101
c) 1001:11
d) 1100:10

Zadanie 2. Zamień liczby dziesiętne na binarne, a następnie wykonaj działania.

a) 10*37
b) 9*5
c) 120:12
d) 25:5

Źródło:

11

1. Urządzenia techniki komputerowej, T. Marciniuk